Учреждение Образования

«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информационных технологий

Лабораторная работа № 5

**«Алгоритмы на графах»**

По дисциплине

«Математическое программирование»

Выполнил:

Студент ФИТ

Специальности ИСиТ 2 курса 2 группы

Аникеенко Егор Вячеславович

Вариант 2

Минск 2021

**Алгоритмы на графах**

**(алгоритмы поиска в ширину и глубину, топологическая сортировка)**

**Цель работы:** освоить сущность и программную реализацию: а) способов представления графов; б) алгоритмов поиска в ширину и глубину; в) алгоритма топологической сортировки графов.

**Задание 1.** Ориентированный граф **G** взять в соответствии с вариантом. Осуществить алгоритмы поиска в ширину и глубину, а также алгоритма топологической сортировки аналогично примерам, рассмотренным на лекциях. Оформить отчет, включив в него **каждый** шаг выполнения алгоритмов.

**Задание 2.** Осуществить программную реализацию алгоритмов на C++. Разработать структуры **AMatrix** и **АList** для представления ориентированного графа матричным и списковым способом. Разработать функции преобразования из одного способа представления в другой. Разработать функцию **BFS** обхода вершин графа, используя метод поиска в ширину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 3.** Разработать функцию **DFS** обхода вершин графа, используя метод поиска глубину. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Задание 4.** Доработайте функцию **DFS**,для выполнения топологической сортировки графа. Продемонстрировать работу функции. Копии экрана вставить в отчет.

**Ход работы:**

Исходный граф: (0,1), (0,2), (1,4), (2,3), (2,5), (3, 1), (3,5), (3,6), (4,6), (5,6).

|  |  |
| --- | --- |
| 2 |  |

1. **Алгоритм поиска в ширину (BFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0.

0 1

2 3 4

5 6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 0 |  |  |  |  |  |  |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 0 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |

Шаг 2. У вершины 0 две смежные вершины; для последующего пути выбираю вершину с наименьшим весом из двух – первую, а вторую добавляю в начало очереди. Закрашиваю нулевую в черный цвет, как пройденную. А смежные (первая и вторая) – в серый.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 1 | 2 |  |  |  |  |  |
| C | B | G | G | W | W | W | W |
| D | 0 | 1 | 1 | I | I | I | I |
| P | N | 0 | 0 | N | N | N | N |

Шаг 3. Перехожу в смежную вершину – вершина номер один. Единственная смежная с ней вершина номер четыре, закрашиваю ее в серый цвет для попадания в очередь, а первую в черный цвет как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 2 | 4 |  |  |  |  |  |
| C | B | B | G | W | G | W | W |
| D | 0 | 1 | 1 | I | 2 | I | I |
| P | N | 0 | 0 | N | 1 | N | N |

Шаг 4. Перехожу в смежную вершину – вершина номер два. С ней есть две смежные вершины – три и пять, закрашиваю их в серый цвет для попадания в очередь, а вторую в черный цвет как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 4 | 3 | 5 |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | G | G | G | W |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | I |
| P | N | 0 | 0 | 1 | 1 | 2 | N |

Шаг 5. Перехожу в следующую по очереди вершину под номером 4. У 4 вершины есть одна не закрашенная смежная вершина под номером 6. Закрашиваю ее в серый цвет, а 4 вершину – в черный, как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 3 | 5 | 6 |  |  |  |  |
| C | B | B | G | B | B | G | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 4 |

Шаг 6. Перехожу в смежную вершину – вершина номер три. Есть две смежные с ней вершины – пять и шесть, однако они уже закрашены серым цветом. Закрашиваю вершину три в черный как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  | 5 | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 4 |

Шаг 7. Перехожу в смежную вершину – вершина номер пять. Смежная с ней вершина только номер шесть, однако она уже закрашена. Закрашиваю вершину пять в черный как пройденную.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q | 6 |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | G |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 4 |

Шаг 8. Перехожу в вершину номер шесть. Закрашиваем ее в черный цвет, так как других действий нет, Алгоритм окончен.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Q |  |  |  |  |  |  |  |
| C | B | B | B | B | B | B | B |
| D | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 3 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 2 | 4 |

В результате получили BFS-дерево:

0

1

4

3

2

5

6

Порядок обхода: 0 1 2 4 3 5 6.

1. **Алгоритм поиска в глубину (DFS).**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Далее будем осуществлять проход по смежным вершинам, пока не сможет достичь того, чтобы не было возможности осуществить дальнейший проход.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | W | W | W | W | W | W |
| D | 1 | I | I | I | I | I | I |
| P | N | N | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 2.

Вершина ноль имеет две смежные вершины, переходим в вершину первую, так как она с наименьшим весом и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | W | W | W |
| D | 1 | 2 | I | I | I | I | I |
| P | N | 0 | N | N | N | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 3.

Вершина первая имеет одну смежную вершину – четыре, переходим и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | G | W | W |
| D | 1 | 2 | I | I | 3 | I | I |
| P | N | 0 | N | N | 1 | N | N |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 4.

Вершина четвертая имеет только одну смежную вершины, переходим туда – в шестую вершину и окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | G | W | G |
| D | 1 | 2 | I | I | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | N | N | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Шаг 5.

Шестая вершина не имеет смежных ей, поэтому закрашиваем ее черным цветом и возвращаемся в 4 вершину.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | G | W | B |
| D | 1 | 2 | I | I | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | N | N | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |

Шаг 6.

У четвертой вершины также не осталось незакрашенных смежных вершин, поэтому закрашиваем ее в черный и возвращаемся к 1 вершине.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | G | W | W | B | W | B |
| D | 1 | 2 | I | I | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | N | N | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 |

Шаг 7.

Первая вершина также не имеет смежных незакрашенных вершин, поэтому красим ее в черный и возвращаемся к нулевой вершине.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | W | W | B | W | B |
| D | 1 | 2 | I | I | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | N | N | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 |

Шаг 8.

Переходим ко второй вершине и закрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | G | W | B | W | B |
| D | 1 | 2 | 8 | I | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | 0 | N | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 |

Шаг 9.

Находим смежные вершины для второй – это третья и пятая. Переходим в младшую вершину и закрашиваем ее серым цветом.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | G | G | B | W | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | I | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | N | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 |

Шаг 10.

Далее из третьей вершины переходим в пятую и закрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | G | G | B | G | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 10 | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 0 | 5 |

Шаг 11.

Пятая вершина является глубиной и, поэтому, закрашиваем ее в черный цвет и возвращаемся к третьей вершине.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | G | G | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 10 | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 0 | 6 | 11 | 5 |

Шаг 12.

Также закрашиваем и третью вершину в черный цвет и возвращаемся ко второй вершине.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | G | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 10 | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| F | 0 | 7 | 0 | 12 | 6 | 11 | 5 |

Шаг 13.

Закрашиваем вторую вершину в черный цвет и возвращаемся к нулевой вершине.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 10 | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| F | 0 | 7 | 13 | 12 | 6 | 11 | 5 |

Шаг 14.

Закрашиваем нулевую вершину в чёрный цвет.

0

1

4

3

2

6

5

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| C | G | B | B | B | B | B | B |
| D | 1 | 2 | 8 | 9 | 3 | 10 | 4 |
| P | N | 0 | 0 | 2 | 1 | 3 | 4 |
| F | 14 | 7 | 13 | 12 | 6 | 11 | 5 |

В результате получили DFS-дерево:

0

1

4

3

2

6

5

Порядок обхода: 6 4 1 3 5 3 2 0.

1. **Алгоритм топологической сортировки.**

По условию, граф имеет 7 вершин, пронумерованных начиная с нуля. В качестве стартовой вершины выбрана вершина с номером 0.

Шаг 1.

В качестве стартовой вершины выбираем вершину с номером 0. Окрашиваем ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 2.

Из нулевой вершины идем в первую и красим ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 3.

Из первой вершины идем в четвертую и красим ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 4.

Из четвертой вершины идем в шестую и красим ее в серый цвет.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 5.

Переходим в шестую, она не имеет смежных вершин, красим ее в черный цвет и кладем в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 6.

Возвращаемся в четвертую вершину, красим ее в черный и кладем в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Возвращаемся в первую вершину, красим ее в черный и кладем в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Переходим во вторую вершину и красим ее в серый.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Красим пятую вершину в черный, так как она не имеет незакрашенных смежных вершин и кладем ее в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Красим третью вершину в черный, так как она не имеет незакрашенных смежных вершин и кладем ее в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Красим вторую вершину в черный, так как она не имеет незакрашенных смежных вершин и кладем ее в стек.

0

1

4

3

2

5

6

Шаг 7.

Красим нулевую вершину в черный, так как она не имеет незакрашенных смежных вершин и кладем е в стек.

0

1

4

3

2

5

6

В итоге имеем сортировку: 6 4 1 5 3 2 0.

